

TD3

Exercice 1. Considérons l'équation différentielle

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0.$$

Démontrer que le Wronskian $W(y_1, y_2) = y_1y_2' - y_1'y_2$ de 2 solutions indépendantes de cette équation vérifie

$$W(y_1, y_2) = - \int p(x)dx.$$

Exercice 2. On s'intéresse à la résolution du problème de Cauchy:

$$\begin{aligned}x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) &= f(x), \\ y(1) &= 0, \\ y'(1) &= 0.\end{aligned}$$

- trouver la solution générale de l'équation homogène correspondante,
- calculer la fonction de Green associée,
- trouver la solution du problème de Cauchy pour $f(x) = x^3$

Exercice 3. On considère un problème à conditions limites en 2 points:

$$\begin{aligned}y''(x) + y &= f(x), \\ y(0) &= 0, \\ y'(\pi) &= 0.\end{aligned}$$

- démontrer que les points 0 et π sont conjugués,
- calculer la fonction de Green associée,
- trouver la solution du problème pour $f(x) = x + \sin \omega x$.